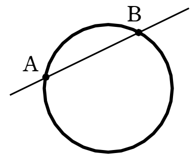
４２回　円と直線−１　**目標**　円と直線の共有点の座標が求められるようになろう。

（　　）組（　　）番　名前（　　　　　　　　　　　）

右の図において，円上の２点 A，B を通る直線を
引いてみましょう。



解説

▶ ２つの直線の交点の座標は，これらの直線の方程式を連立させた

連立方程式

を解いて求めることができました。

解説

復　習

２直線 $y=2x+1$，$y=-x+7$ の交点の座標を求めなさい。

連立方程式 $\begin{cases} y=2x+1 & \cdots\cdots ① \\ y=-x+7 & \cdots\cdots ② \end{cases}$ について，

①，② から，y を消去すると

$$\boxed{2}x+1=-x+\boxed{7}$$

$$3x=\boxed{6}$$

よって　　$x=\boxed{2}$

これを，① に代入すると　　$y=2\times\boxed{2}+1=\boxed{5}$

よって，交点の座標は　　$(\boxed{2},\ \boxed{5})$

連立方程式の解　$x=\boxed{2}$，$y=\boxed{5}$　が，
交点の座標　$(\boxed{2},\ \boxed{5})$　と対応して
いますね。

▶ 円と直線の場合でも同様です。
円と直線が共有する点の座標は，これらの方程式を連立させた

連立方程式

を解いて求めます。

解説

$\boxed{1}$ （円と直線の共有点（2 点の場合）） ［教科書 $p.71$　例 3］

円 $x^2+y^2=5$ と直線 $y=2x$ との共有点の座標を求めます。

連立方程式 $\begin{cases} x^2+y^2=5 & \cdots\cdots ① \\ y=2x & \cdots\cdots ② \end{cases}$ について

② を ① に代入すると

$$x^2+(\boxed{2}\,x)^2=\boxed{5}$$

これを整理して　$\boxed{5}\,x^2=\boxed{5}$

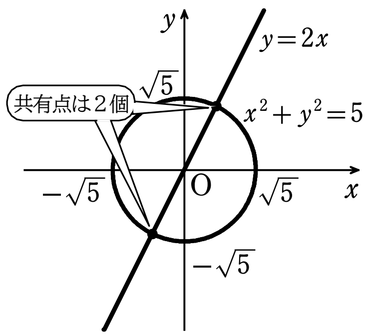
これを解くと　$x=\pm\boxed{1}$

$x=\boxed{1}$ のとき，② から　$y=\boxed{2}$

$x=-\boxed{1}$ のとき，② から　$y=-\boxed{2}$

よって，共有点の座標は

$$(\boxed{1},\ \boxed{2}) \text{ と } (-\boxed{1},\ -\boxed{2})$$



↑ 交わる場合，共有点とは交点のことです。

解説

$\boxed{2}$ （円と直線の共有点（1 点の場合）） ［教科書 $p.72$　例 4］

円 $x^2+y^2=5$ と直線 $y=2x+5$ との共有点の座標を求めます。

連立方程式 $\begin{cases} x^2+y^2=5 & \cdots\cdots ① \\ y=2x+5 & \cdots\cdots ② \end{cases}$ について

② を ① に代入すると

$$x^2+(\boxed{2}\,x+\boxed{5})^2=\boxed{5}$$

これを整理して　$5x^2+\boxed{20}\,x+\boxed{20}=0$

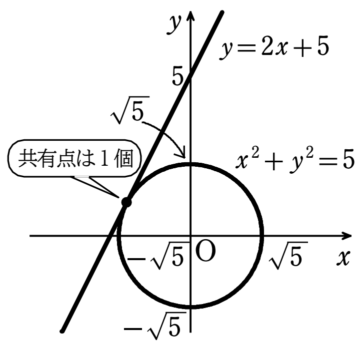
$x^2+\boxed{4}\,x+\boxed{4}=0$

$(x+\boxed{2})^2=0$

したがって　$x=\boxed{-2}$

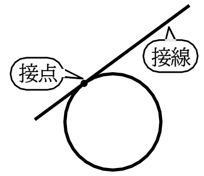
$x=\boxed{-2}$ のとき，② から　$y=\boxed{1}$

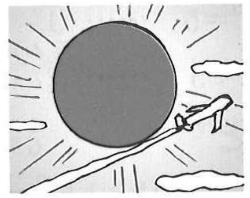
よって，共有点の座標は　$(\boxed{-2},\ \boxed{1})$



解説

▶ $\boxed{2}$ では，円と直線が 1 点だけを共有しています。
このとき，直線は円に **接する** といい，その共有点を **接点**，直線を円の **接線** といいます。





解説

$\boxed{3}$ $\boxed{1}$ と $\boxed{2}$ について，次のようにまとめられます。

$\boxed{1}$ $\begin{cases} x^2+y^2=5 \\ y=2x \end{cases}$ から y を消去してつくった

2 次方程式　$5x^2=5$　の実数解は　$\boxed{2}$ 個

図から，円と直線の共有点は　$\boxed{2}$ 個

$\boxed{2}$ $\begin{cases} x^2+y^2=5 \\ y=2x+5 \end{cases}$ から y を消去してつくった

2 次方程式　$5x^2+20x+20=0$　の実数解は　$\boxed{1}$ 個

図から，円と直線の共有点は　$\boxed{1}$ 個

解説

$\boxed{4}$ 次の円と直線との共有点の座標を求めなさい。 ［教科書 $p.72$　練習 7］

(1)　$x^2+y^2=18$，$y=x$

連立方程式 $\begin{cases} x^2+y^2=18 & \cdots\cdots ① \\ y=x & \cdots\cdots ② \end{cases}$ について，

② を ① に代入すると　$x^2+x^2=18$

これを整理して　$2x^2=18$

これを解くと　$x=\pm 3$

$x=3$　のとき，② から　$y=3$，

$x=-3$ のとき，② から　$y=-3$

よって，共有点の座標は　$(3,\ 3)$，$(-3,\ -3)$

(2)　$x^2+y^2=1$，$y=x-1$

連立方程式 $\begin{cases} x^2+y^2=1 & \cdots\cdots ① \\ y=x-1 & \cdots\cdots ② \end{cases}$ について，

② を ① に代入すると　$x^2+(x-1)^2=1$

これを整理して　$2x^2-2x=0$

これを解くと　$x=0,\ 1$

$x=0$ のとき，② から　$y=-1$，

$x=1$ のとき，② から　$y=0$

よって，共有点の座標は　$(0,\ -1)$，$(1,\ 0)$

(3)　$x^2+y^2=2$，$y=x+2$

連立方程式 $\begin{cases} x^2+y^2=2 & \cdots\cdots ① \\ y=x+2 & \cdots\cdots ② \end{cases}$ について，

② を ① に代入すると　$x^2+(x+2)^2=2$

これを整理して　$2x^2+4x+2=0$

これを解いて　$x=-1$

$x=-1$ のとき，② から　$y=1$

よって，共有点の座標は　$(-1,\ 1)$

解説

振り返り

①　どのような内容を学習しましたか。

● 円と直線の共有点の座標は，これらの方程式を連立させた $\boxed{\text{連立方程式}}$ を解いて求められる。

● 連立方程式の実数解が 2 個のとき，共有点は $\boxed{2}$ 個

連立方程式の実数解が 1 個のとき，共有点は $\boxed{1}$ 個

②　**目標** は達成できましたか。

できた　　まあまあ　　あまりできなかった

解説